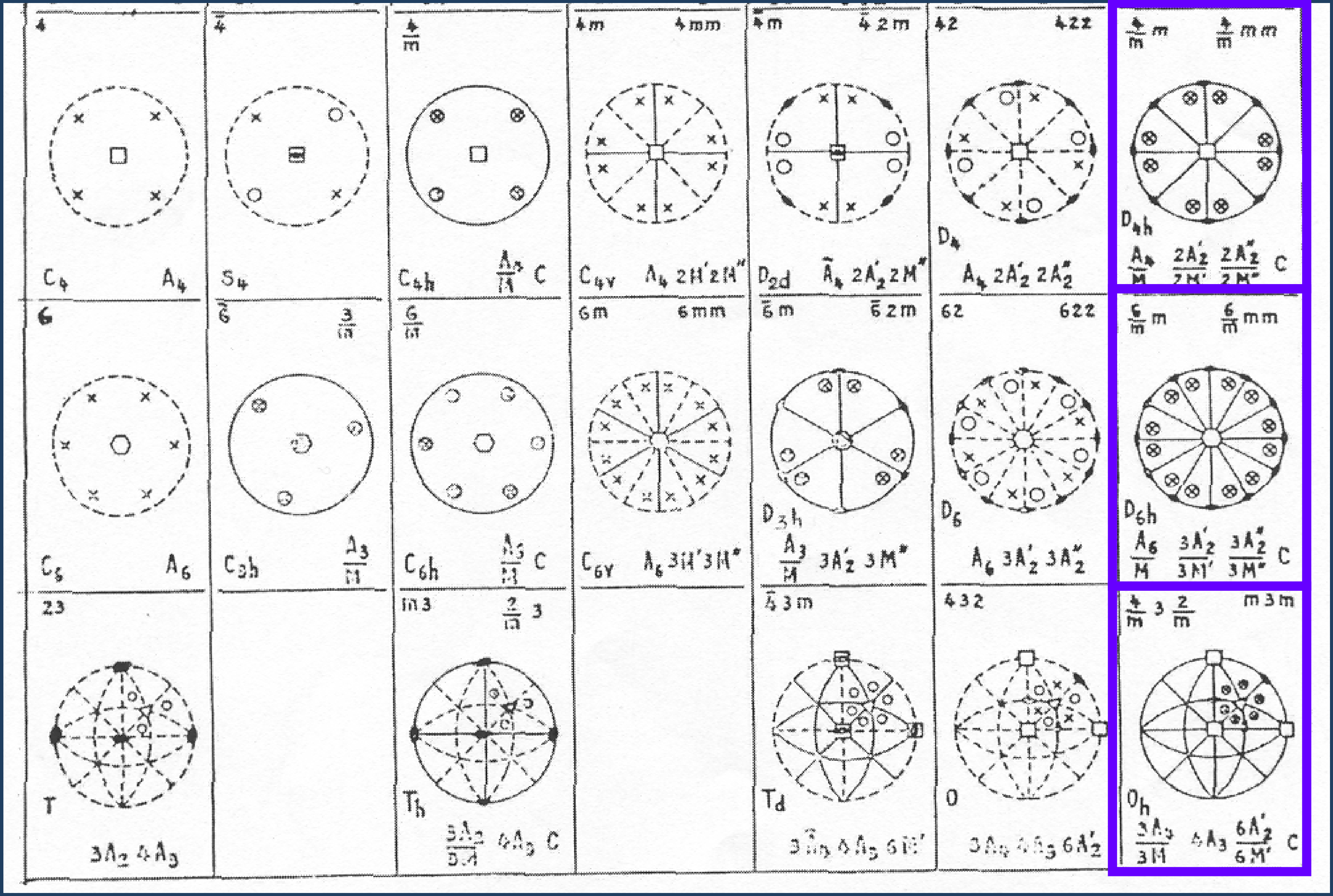
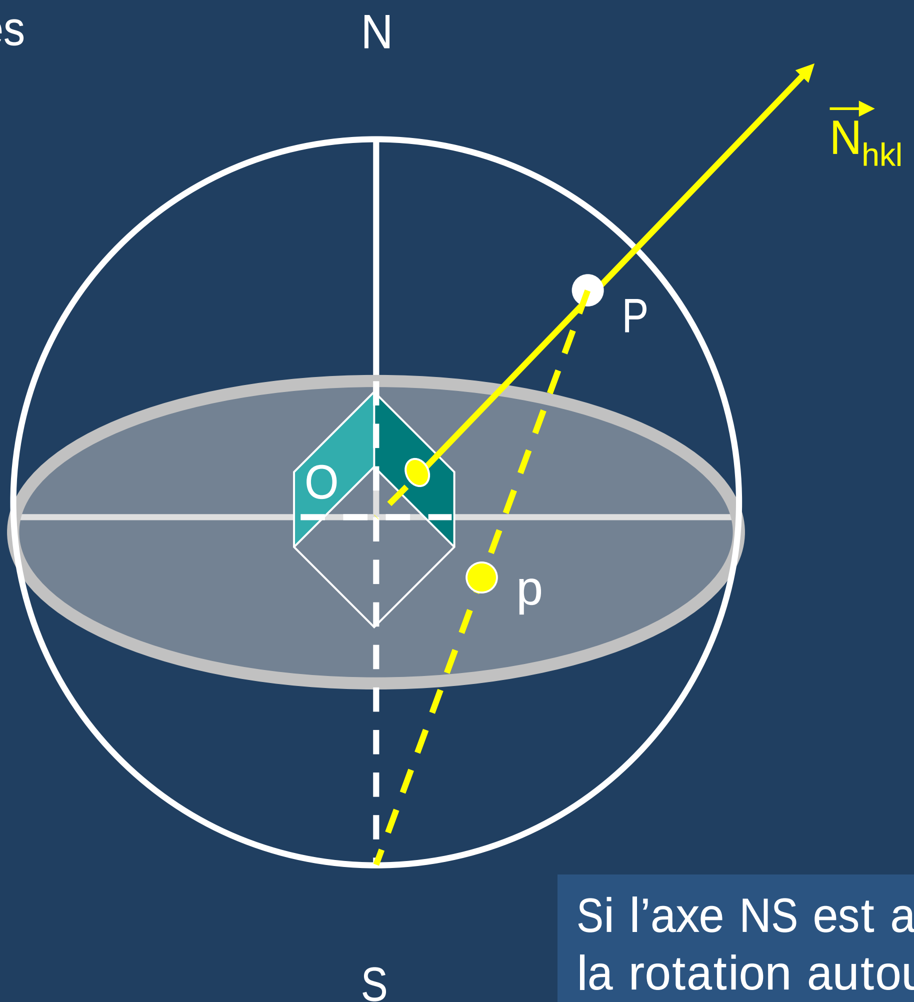
TD 2

Projection stéréographique et structure cristalline

32 groupes ponctuels décrivant symétries d'orientation des cristaux et réseaux cristallins



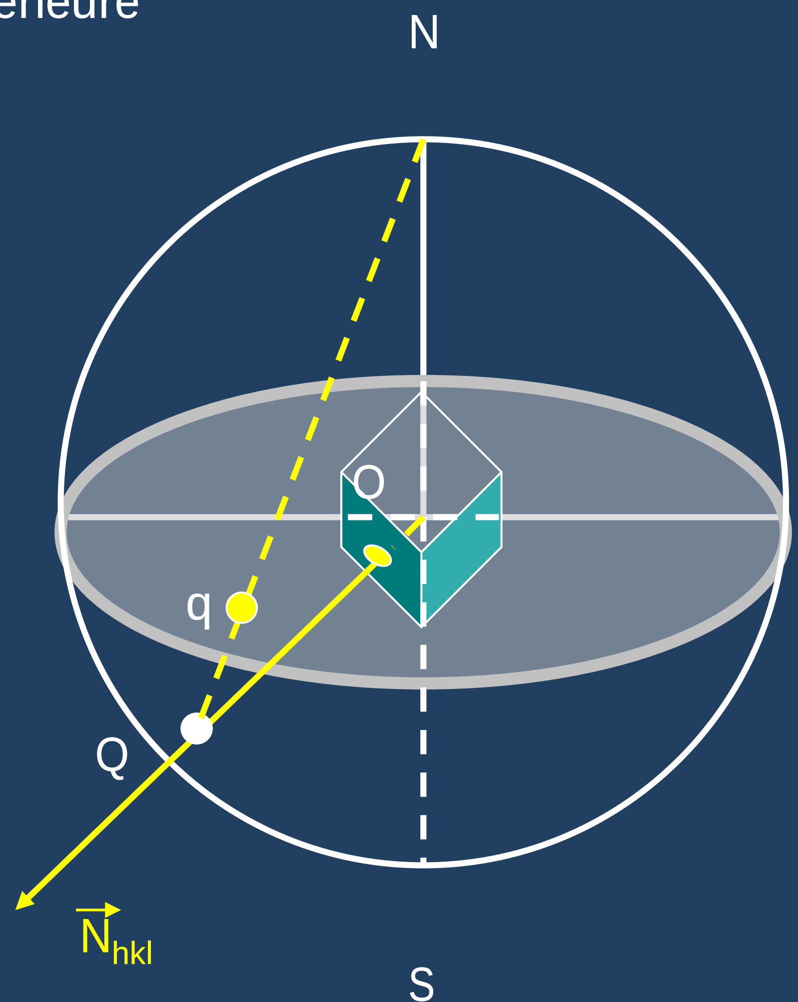
Système de projection qui permet de conserver les angles



Si l'axe NS est axe de symétrie, la rotation autour de cet axe répète la famille de plans donc les normales et les projections correspondantes

p est la projection stéréographique de P (dite projection polaire)

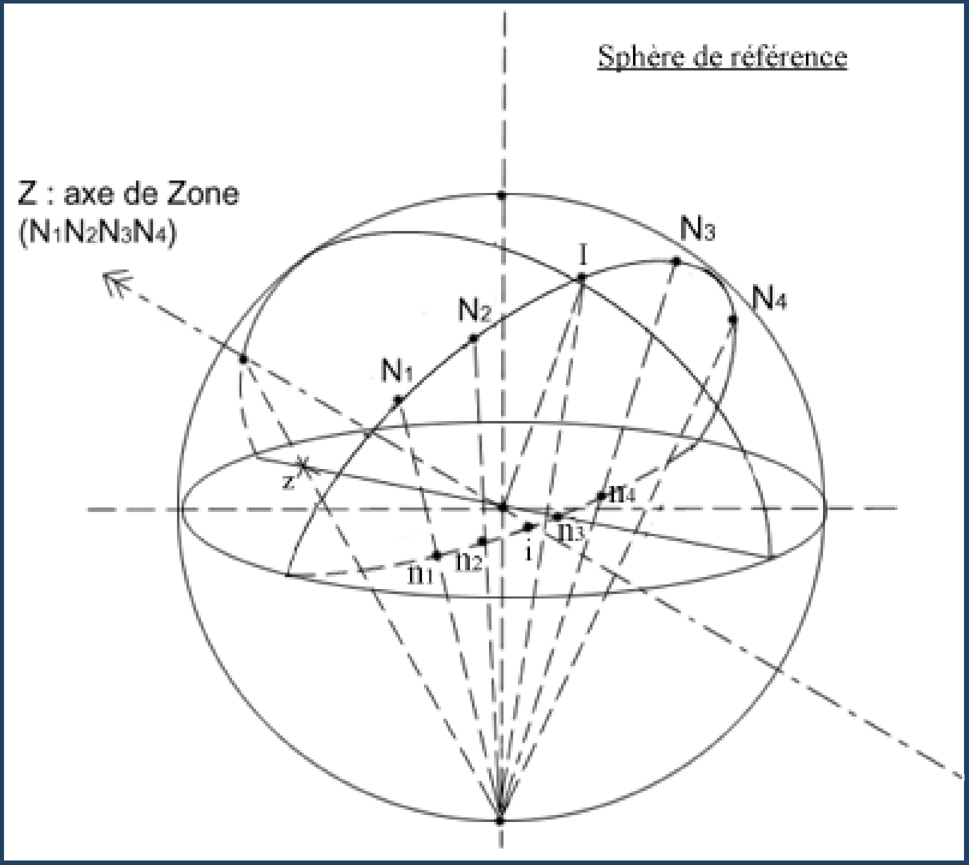
Pour l’hémisphère inférieure



q est la projection stéréographique de Q

- Ce mode de représentation permet de rendre simplement compte d'une symétrie d'un espace à 3D sur une projection en 2D

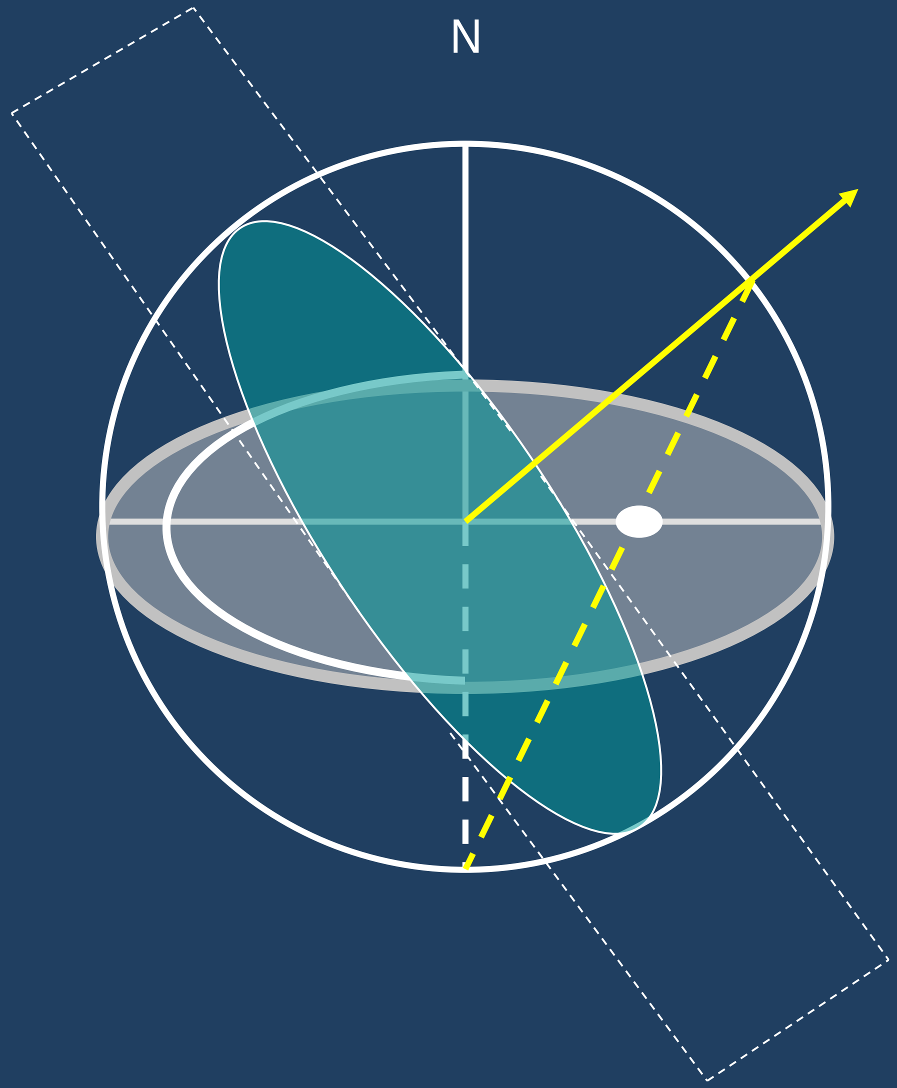
- conditions: bien choisir la position de l'objet dans le plan de projection par rapport aux symétries



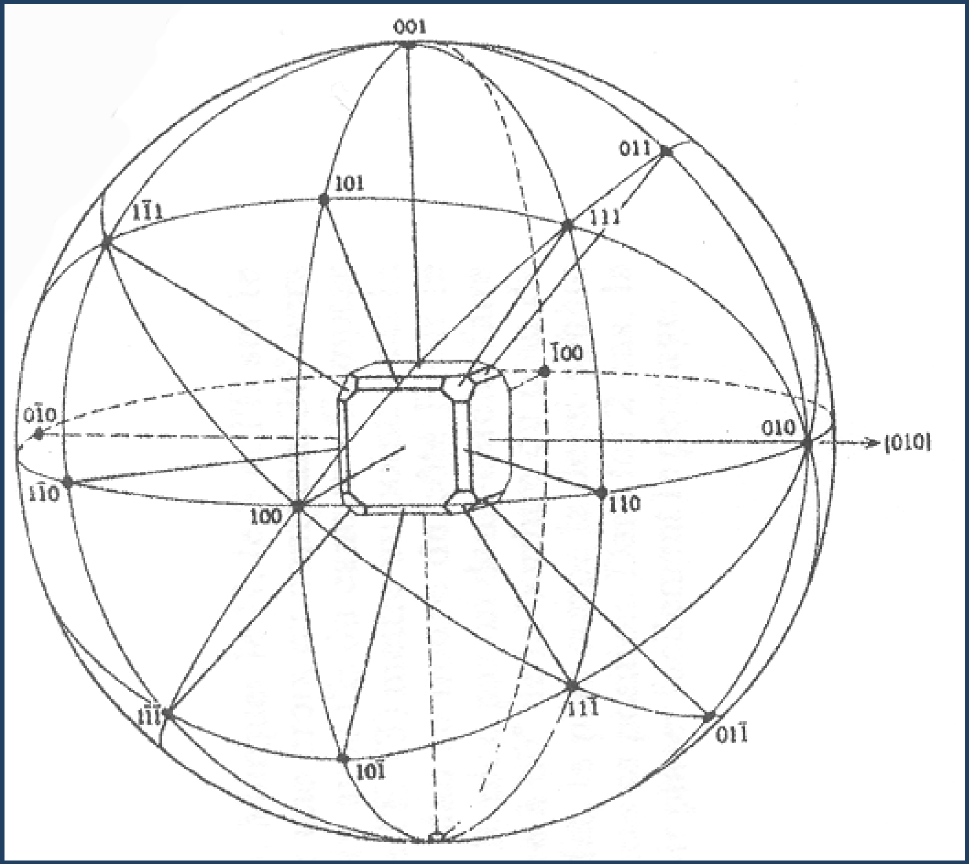
Un plan quelconque ou une face cristalline peut être représentée de deux façons:

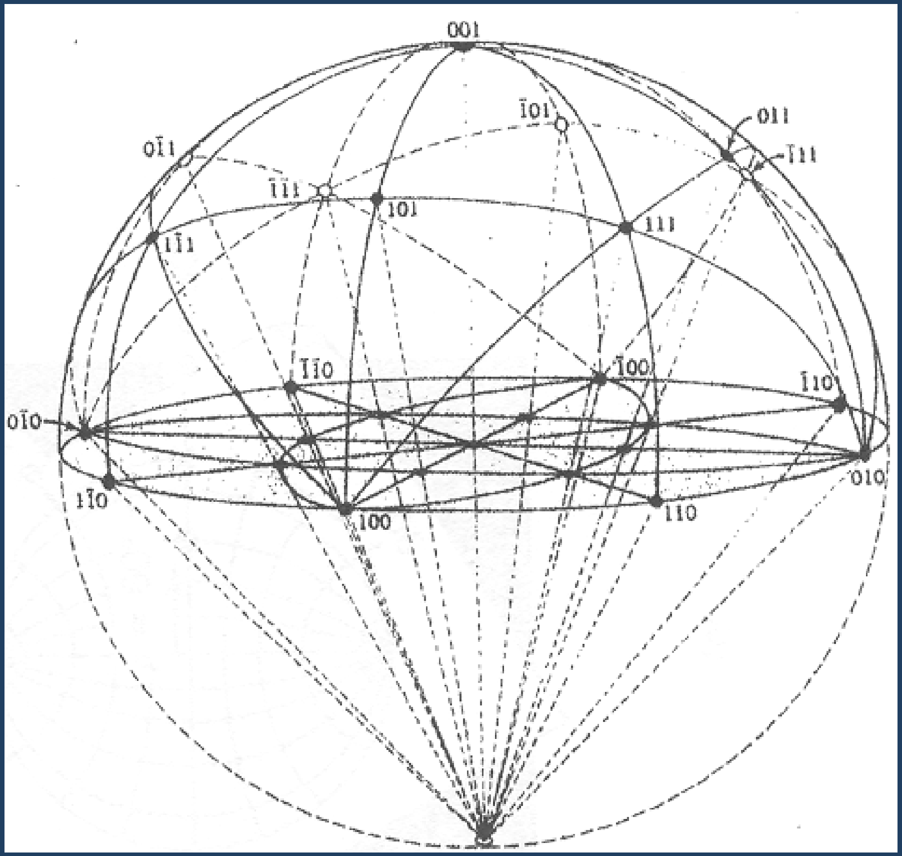
- Par un point (normale aux faces)
- Par un arc de cercle

Cas particulier : droite si plan // axe NS ou EW



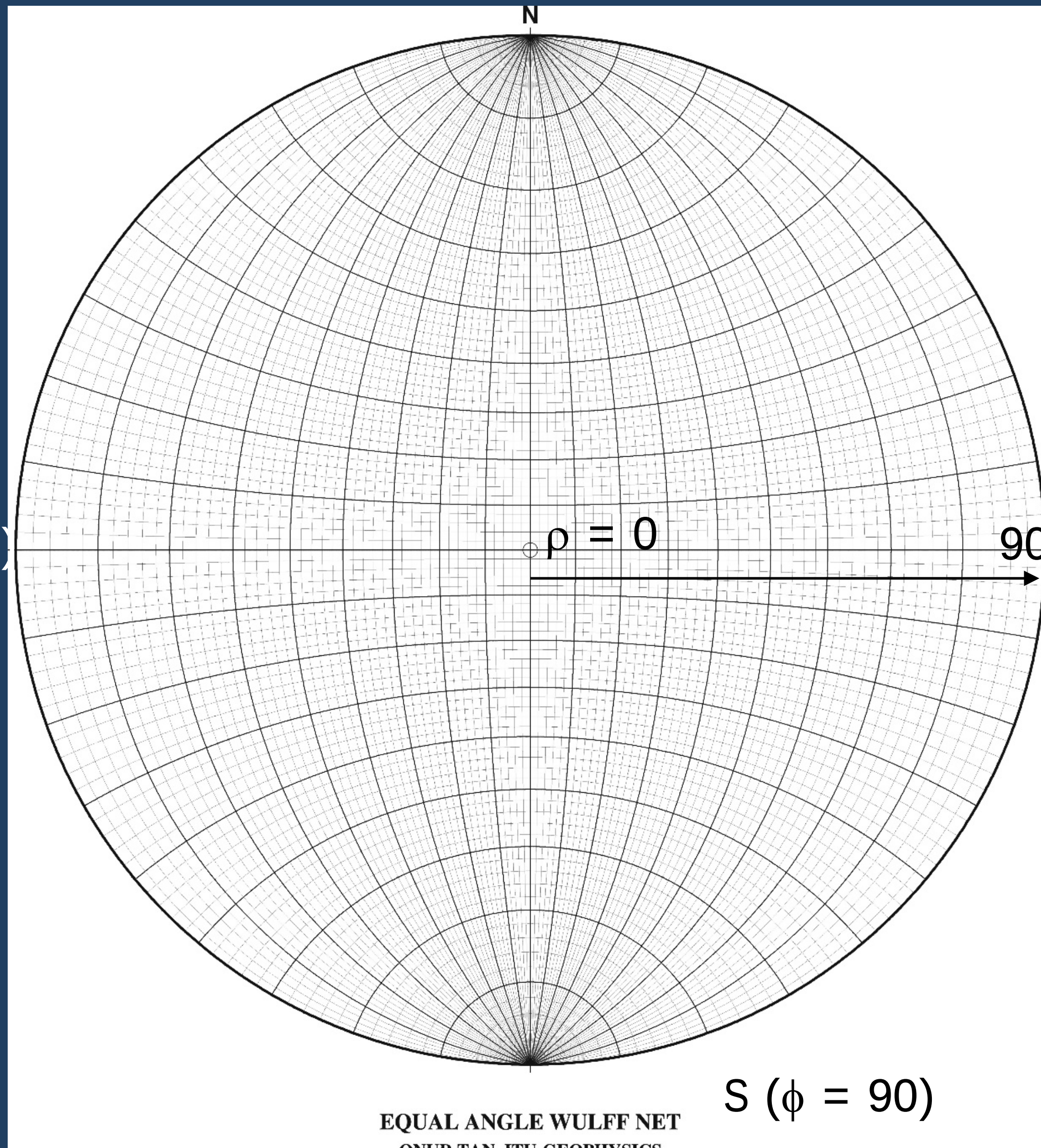
Exemple de projection stéréographique pour le système cubique



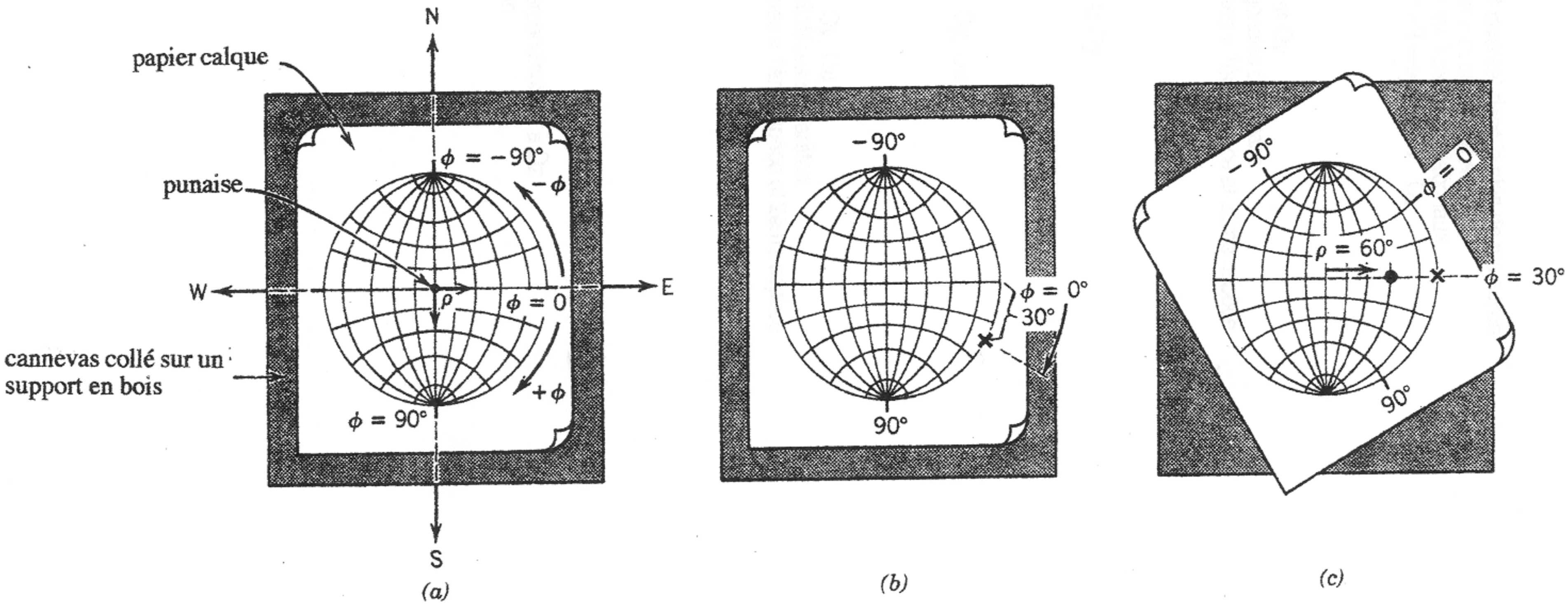


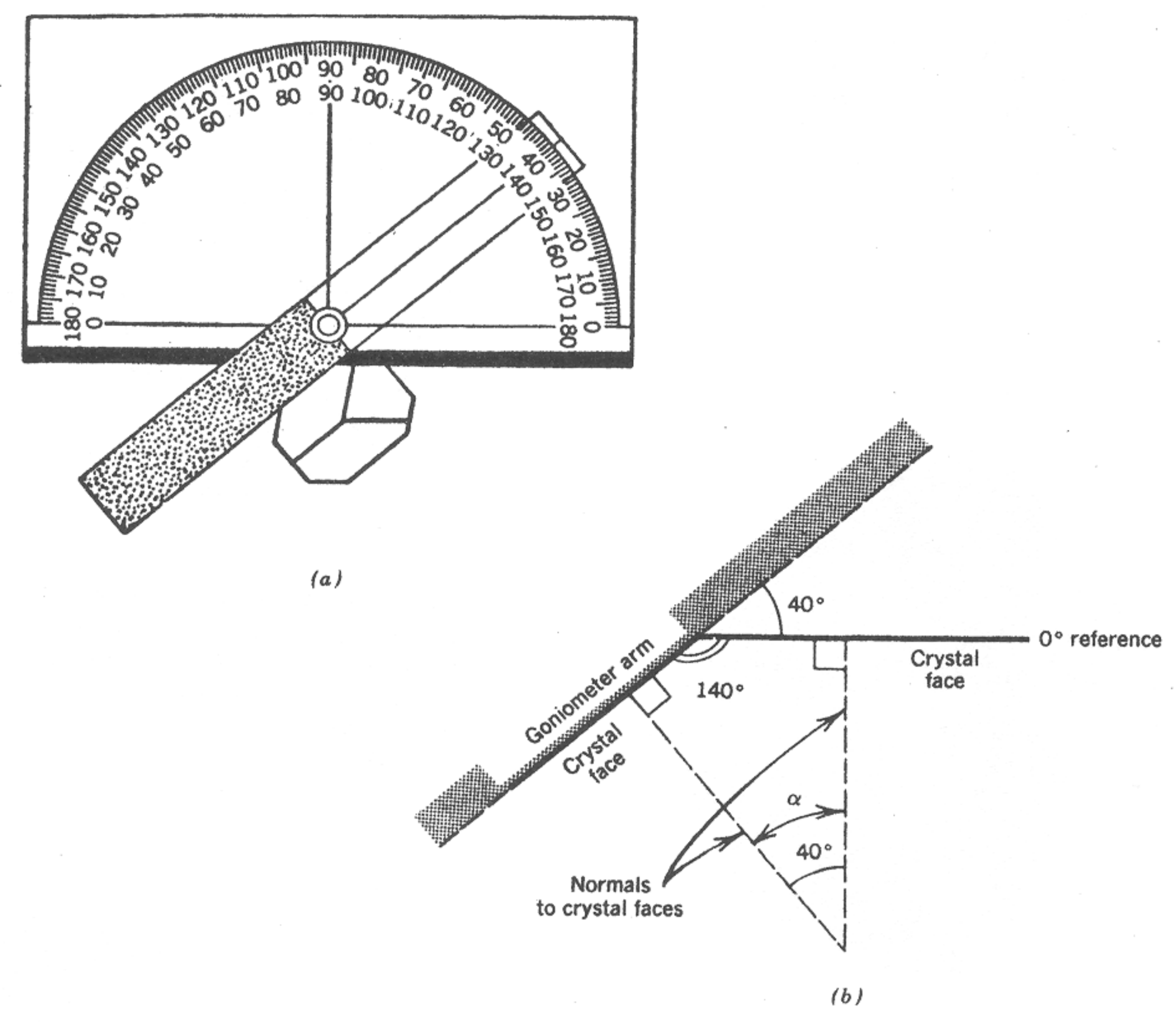
Cannevas de Wulff

- Angle ϕ = azimut
- Angle ρ = inclinaison



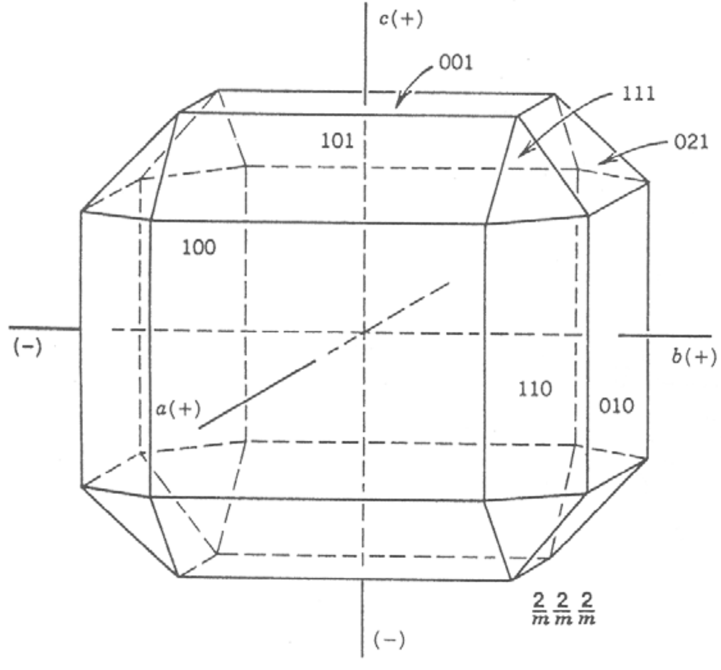
Calcul de la direction et inclinaison d’un plan (ex: plan N120 60°E)



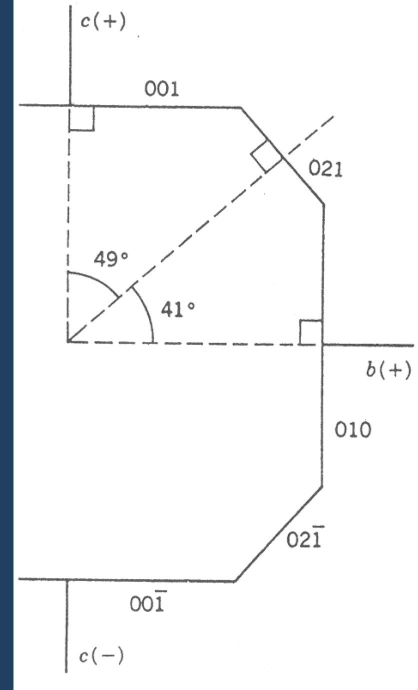

40°
0° reference
Crystal
face
Goniometer arm
140°
Crystal
face
α
40°
Normals
to crystal faces

(a)

(b)

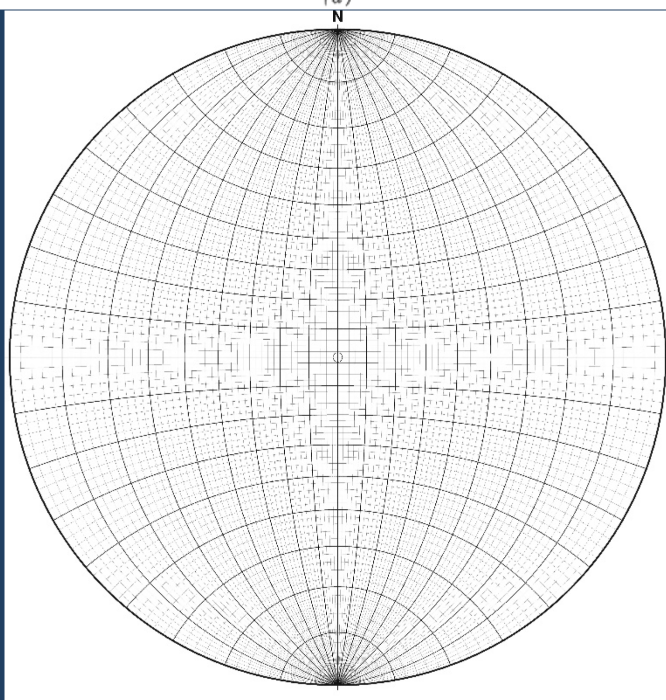


(a)

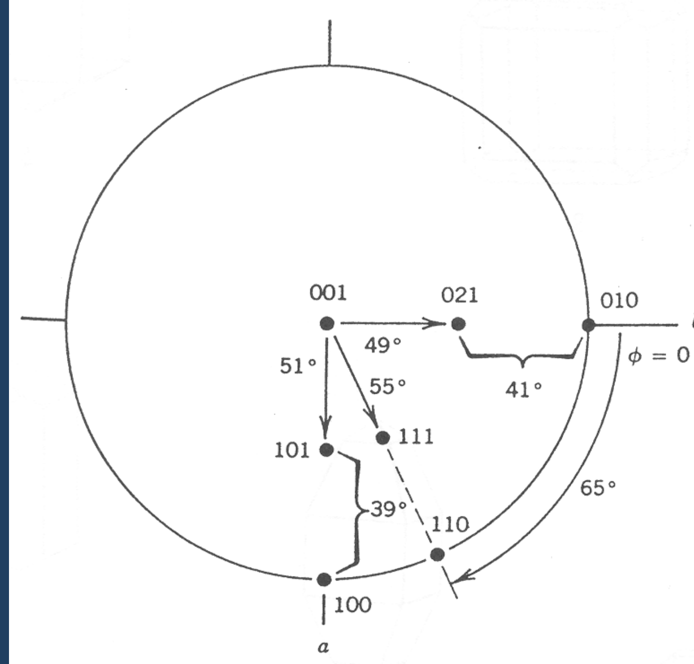


(b)

Application pour un cristal donné du système orthorhombique



EQUAL ANGLE WULFF NET
ONUR TAN, ITU-GEOPHYSICS



(c)

Orientation des polyèdres pour la projection stéréographique

- Chaque système cristallin possède ses symétries propres (axes n)
- Il faut pour faciliter les projections et leur lecture utiliser des conventions

Système cubique:

- les A4 ou à défaut les A2 sont confondus avec Ox, Oy, Oz
- Les familles de miroir normales au A4 dans le plan de projection
- Les A3 sont les points de rencontre de 3 M propres au A2

Système quadratique:

- A4 dans le plan vertical confondu avec Oz
- A'2 confondus avec Oy et Oz
- A''2 sont les diagonales de la base

Système orthorhombique

- A2 dans le plan vertical confondu avec Oz
- A'2 et A''2 confondu avec Ox et Oy

Orientation des polyèdres pour la projection stéréographique

- Chaque système cristallin possède ses symétries propres (axes n)
- Il faut pour faciliter les projections et leur lecture utiliser des conventions

Système hexagonal:

- A6 dans le plan vertical confondu avec Oz
- 3A'2 confondu avec Ox, Oy et Ou
- 3A''2 confondu avec médiatrices des arrêtes

Système rhomboédrique :

- A3 dans le plan vertical confondu avec Oz
- 3A2 confondu avec Ox, Oy et Ou

Système monoclinique :

- A2 dans le plan vertical confondu avec Oy
- M vertical

Système triclinique: plan de projection perpendiculaire à Oz mais Ox et Oy percent le plan

Convention d’écriture pour les projections stéréographiques

+ normale à une face perçant l’hémisphère supérieur de la sphère

o normale à une face perçant l’hémisphère inférieure de la sphère

Trait plein pour le plan équatorial si confondu avec M, si absence de M pointillés

MC

ØM Ø C

A2

A3

A4

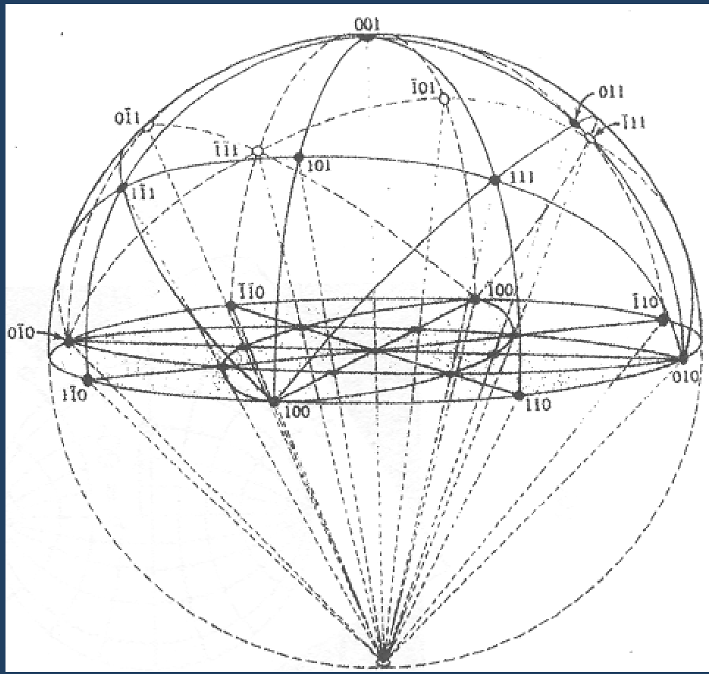
A6

$\bar{A2}$

$\bar{A3}$

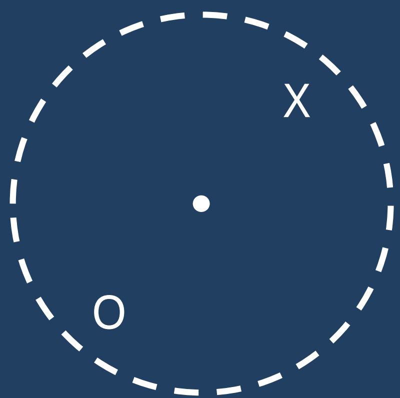
$\bar{A4}$

$\bar{A6}$

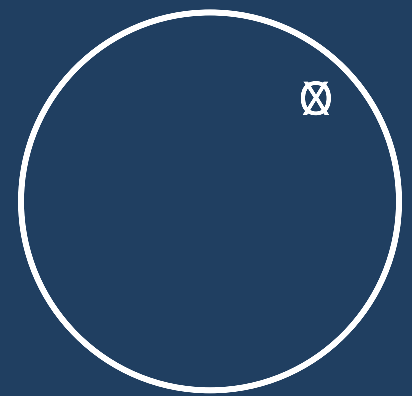


Quelques exemples simples:

Centre de symétrie

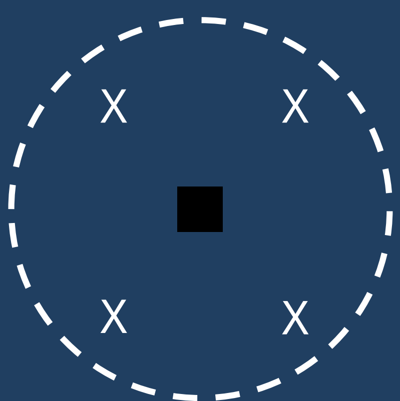


Plan de symétrie
(dans le plan du tableau)

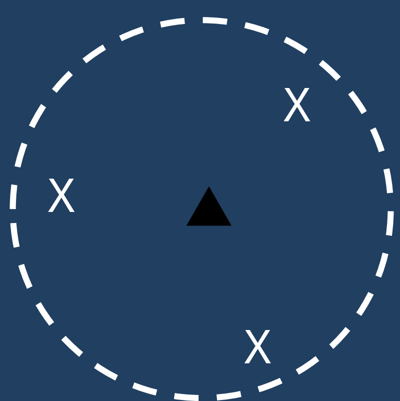


Plan de symétrie ⊥
plan tableau

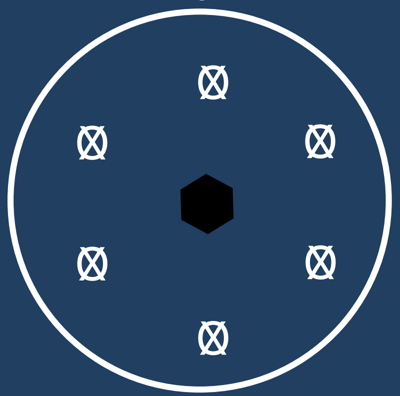
Axe de symétrie A4



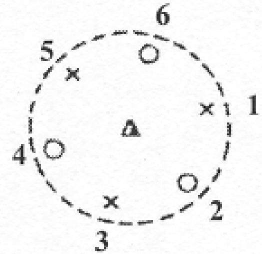
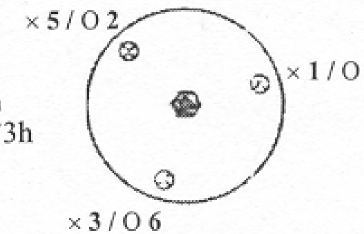
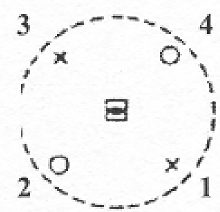
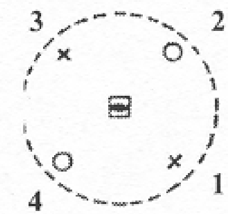
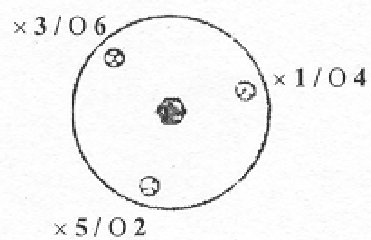
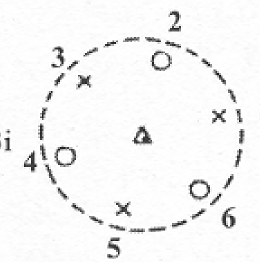
Axe de symétrie A3



Axe de symétrie A6
Associé M plan tableau



Ecriture des axes inverses : différence entre formalisme H-M et Schöenflies

Eléments de symétrie d'orientation	Selon la définition des cristallographes $\bar{n} = n \times \bar{1}$	Selon la définition des spectroscopistes $S_n = C_n \times \sigma_h$
Axe inverse d'ordre 3	$\bar{3}$ 	$S_3 \equiv C_{3h}$ 
Axe inverse d'ordre 4	$\bar{4}$ 	S_4 
Axe inverse d'ordre 6	$\bar{6}$ 	$S_6 \equiv C_{3i}$ 

Projection stéréographique des éléments de symétrie du système cubique

C

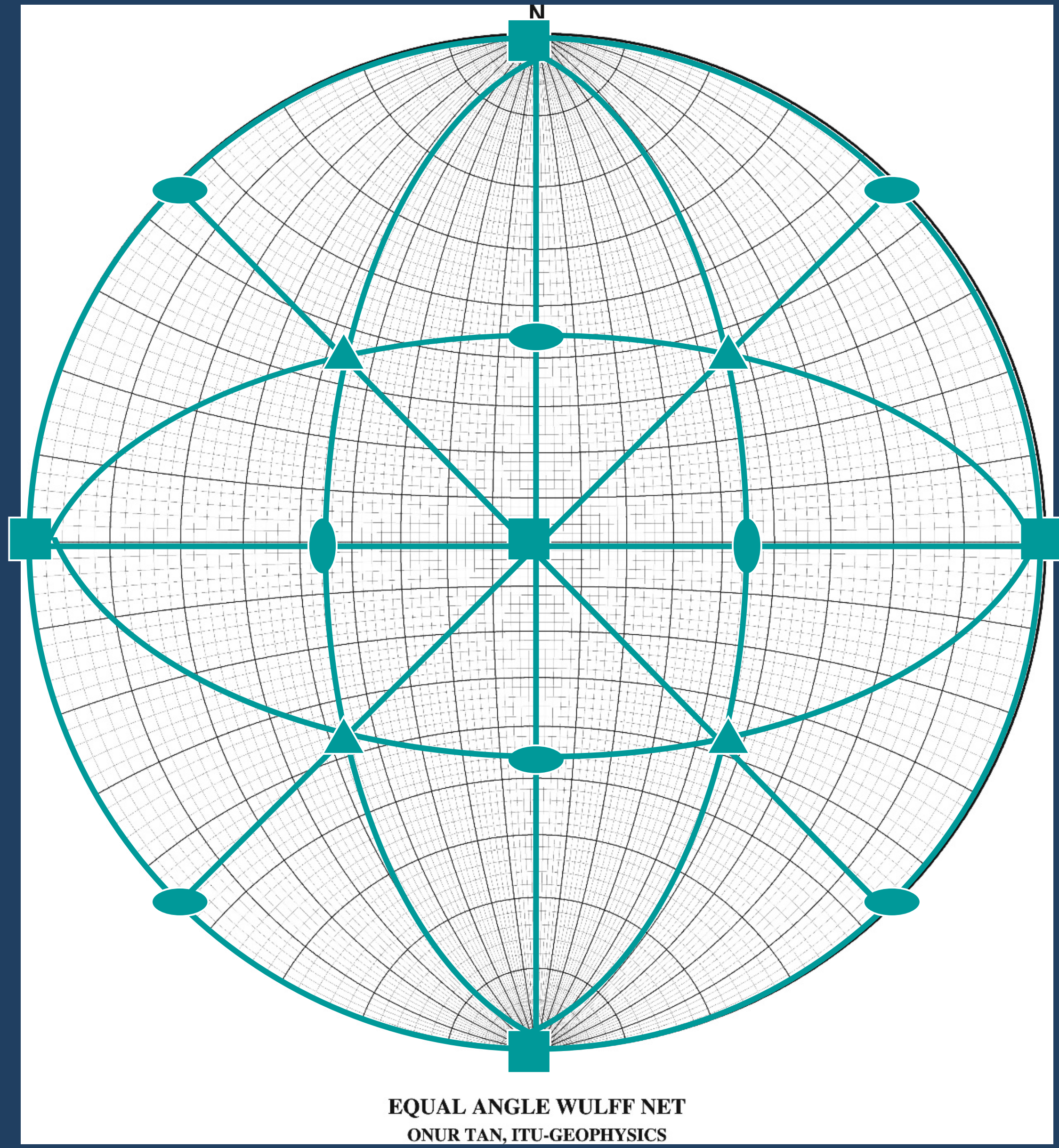
3 A4

3M

6A2

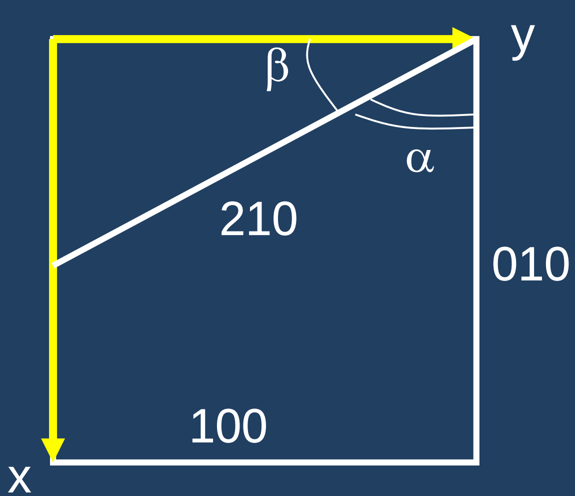
6M’

4A3

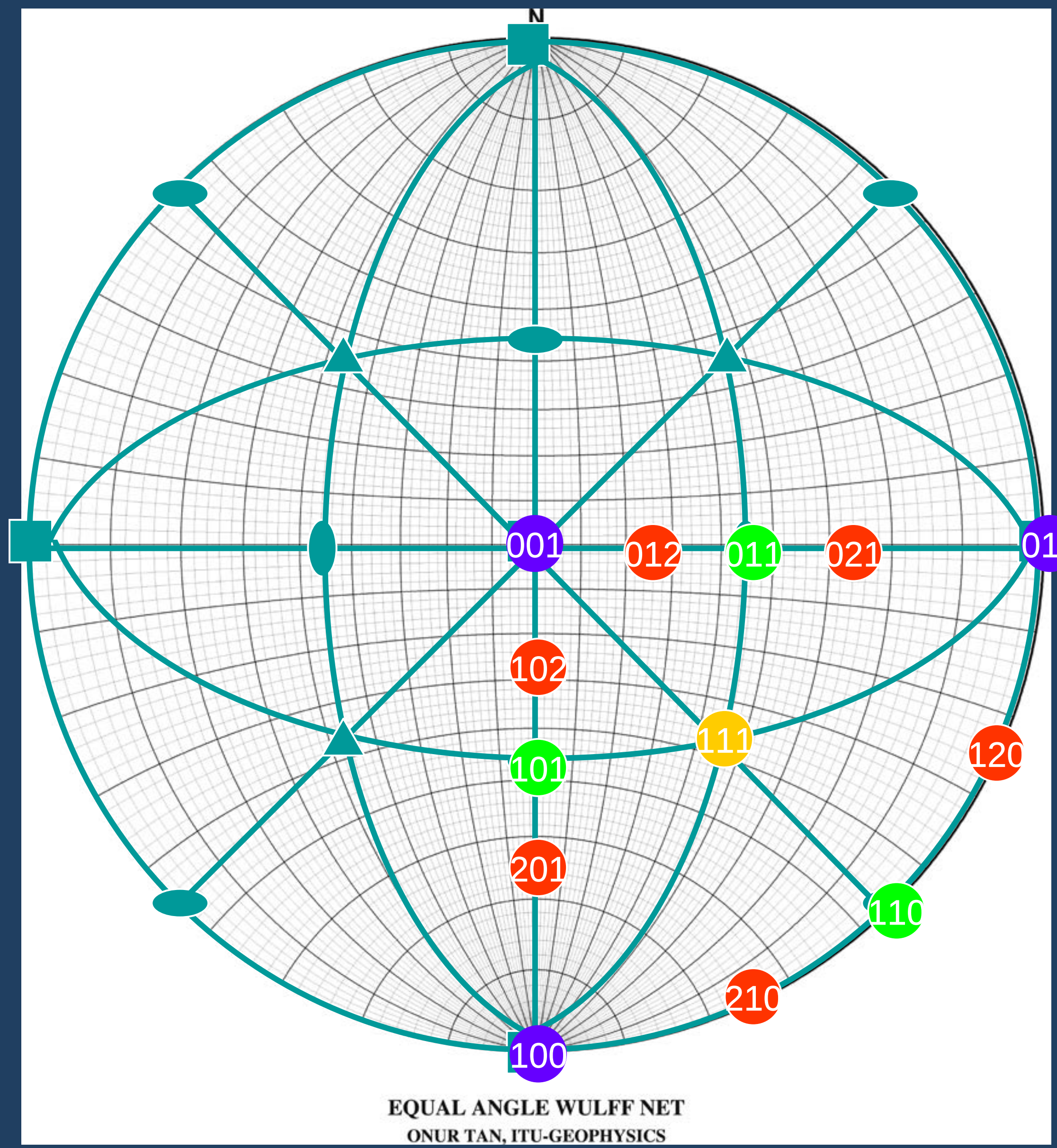


Projection stéréographiques des familles de faces principales

- (100), (010), (001)
- (101), (011), (110)
- (111)
- Type (hk0) ?



β = tan^{-1} (0,5/1) = 26,56
α = 90 – 26,56 = 63,43



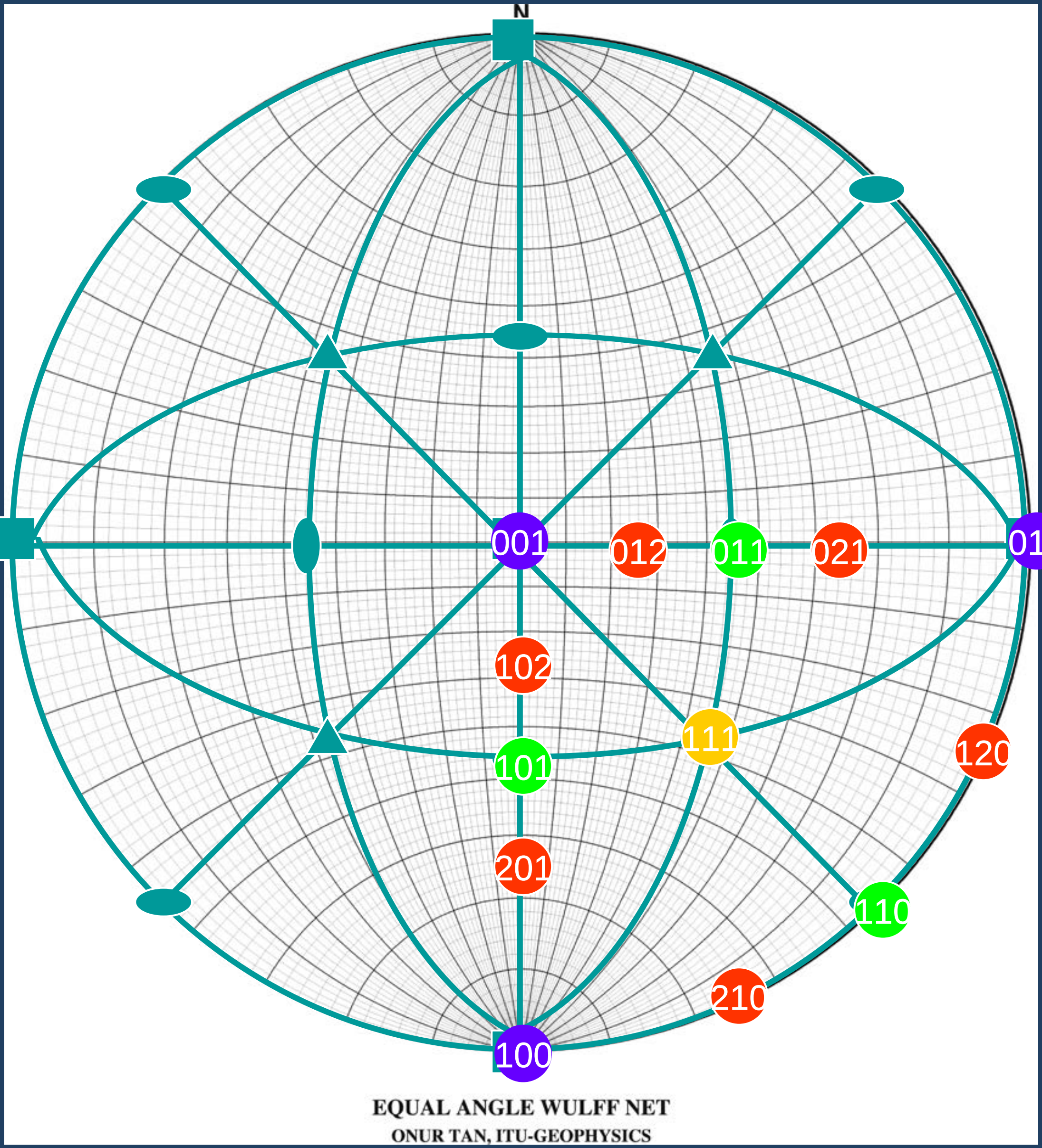
Projection stéréographiques des familles de faces principales

- (100), (010), (001)
- (101), (011), (110)
- (111)
- Type (hk0)
- Type (hhl) ?

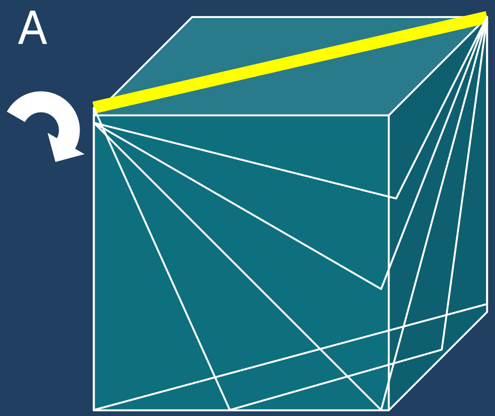
⇩

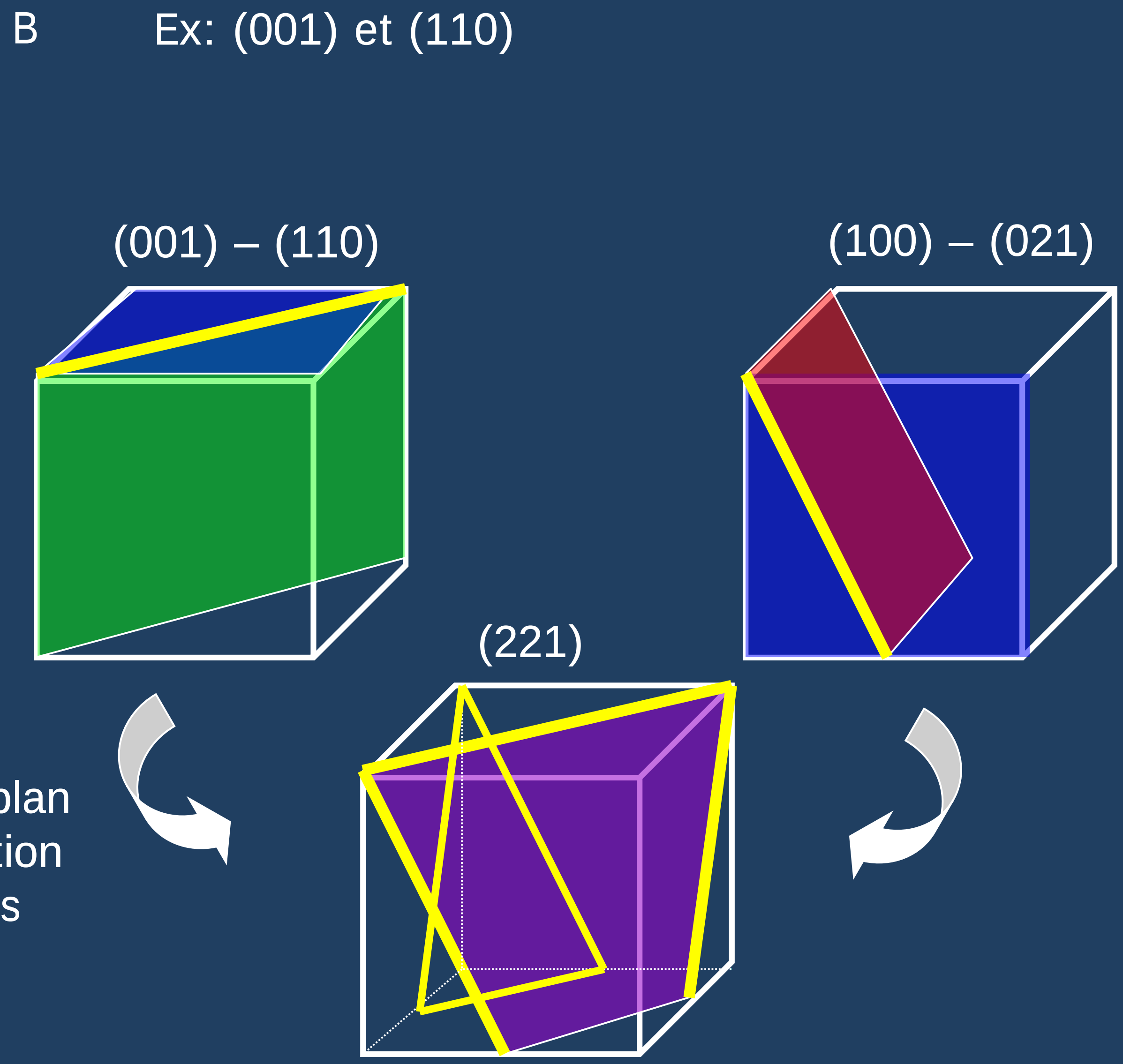
Connaître l'angle

Intersection d'arcs de cercles de 2 familles de plans d'axe de rotation commun



Exemple du plan 221
→ chercher les familles de plans d’axe commun de rotation qui composent le plan 221





La nouvelle famille de plan correspond à l’intersection des deux autres familles de plan

Projection stéréographiques des familles de faces principales

- (100), (010), (001)
- (101), (011), (110)
- (111)
- Type (hk0)
- Type (hhl)

(001) – (110)

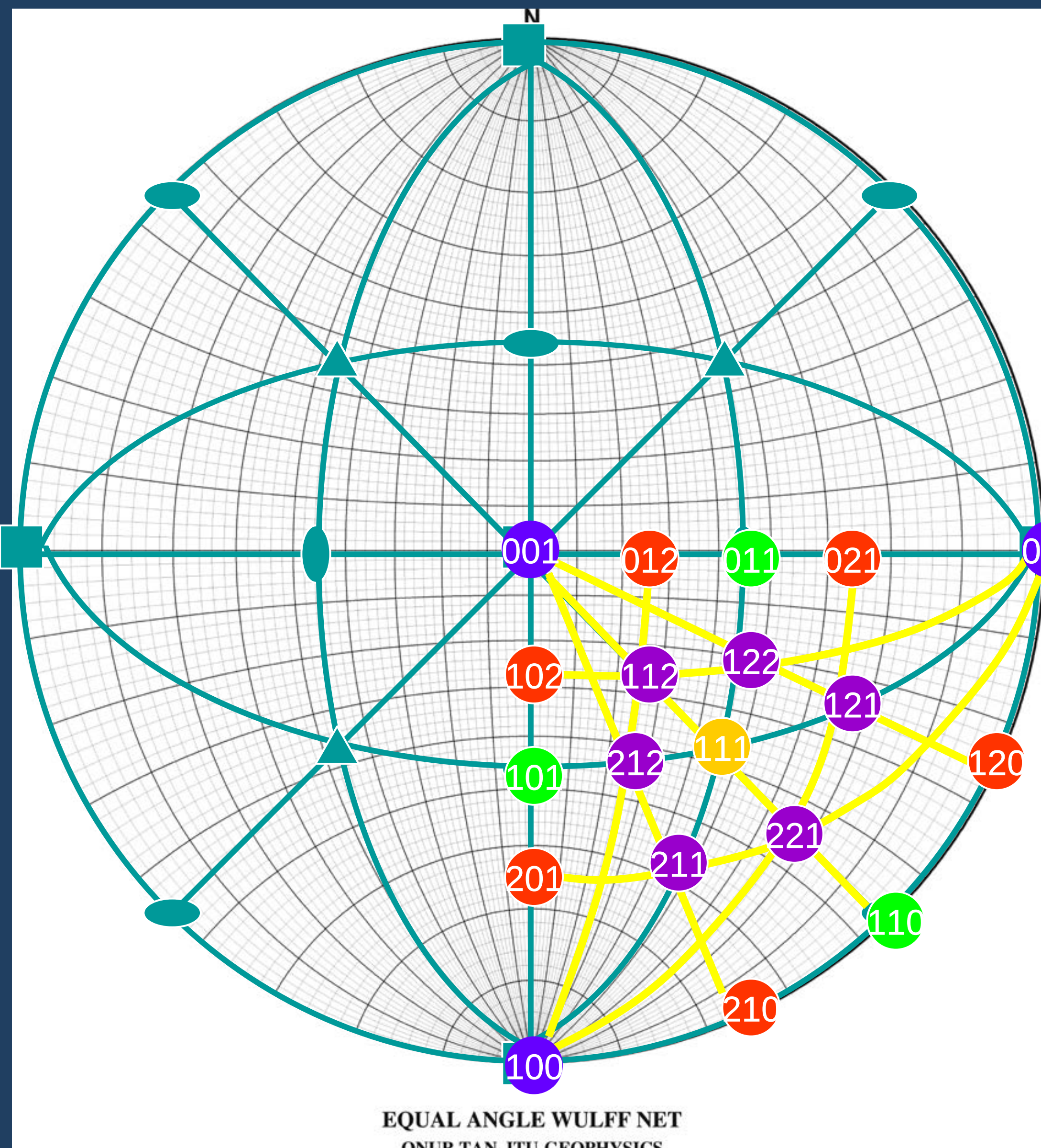
∩

(100) – (021)

↓

(221)

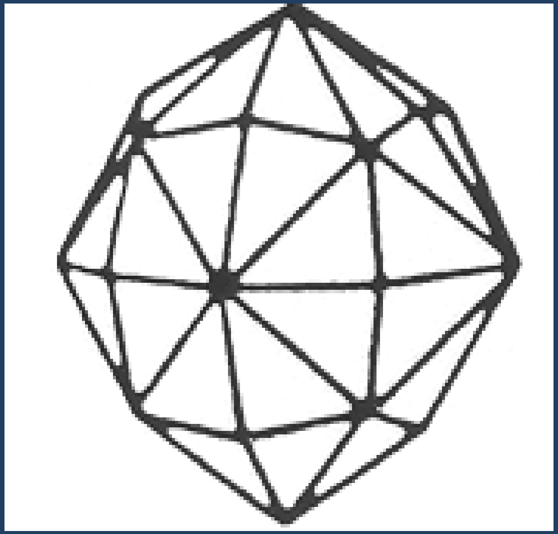
Les autres faces se trouvent par permutation circulaire



- Une face (hkl) quelconque se placera de façon indépendante aux éléments de symétrie tout comme les (hhl)

- Dans ce cas et pour toute holoédrie du système cubique on aura 6 possibilités de répéter une face dans un quart de l'espace de l'hémisphère supérieur de la sphère

- Au total en considérant la sphère entière et par conséquent le polyèdre dans son ensemble on aura 48 (8 x 6) faces au maximum pour le système cubique



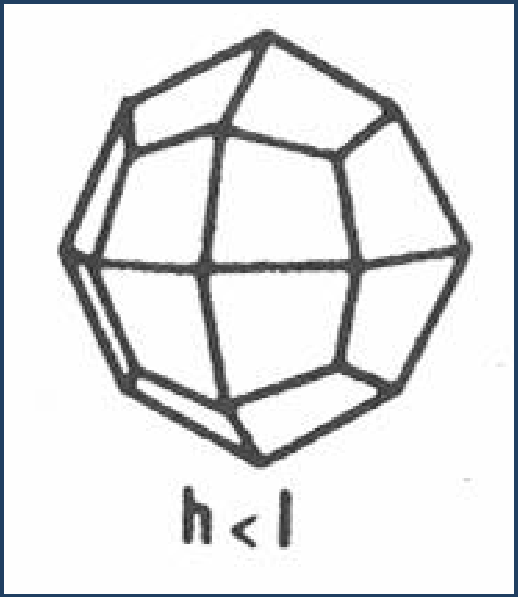
Système cubique holoédrique:

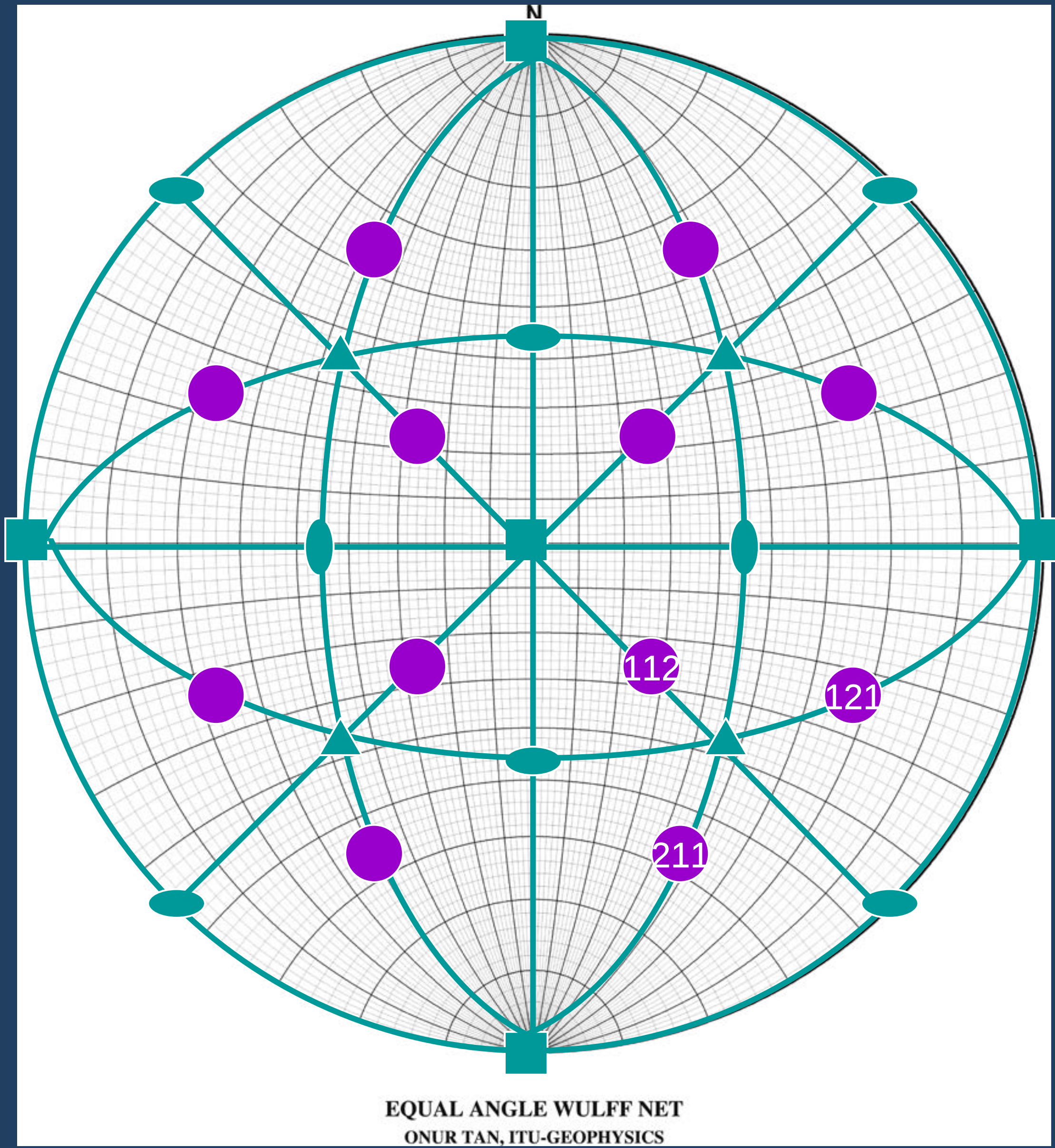
d = (1 + 2x4 + 3x3 + 6x1) x 2 = **48**

Dans tous les cas d = 48 mais il n'y a pas forcément 48 faces cristallines pour qu'un polyèdre appartiennent à l'holoédrie cubique

- Il existe 6 formes particulières dans l’holoédrie cubique, selon la position du pôle de la face initiale sur les éléments de symétrie

- **1** Sur un miroir, entre un A4 et un A3 soit (hhl) avec h<l

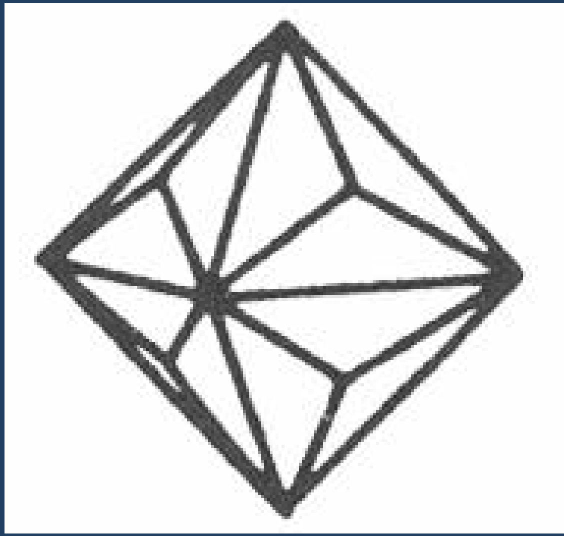




Tétragonotrioctaèdre
ou Trapézoèdre
24 faces/48
(**Leucite** – grenat)

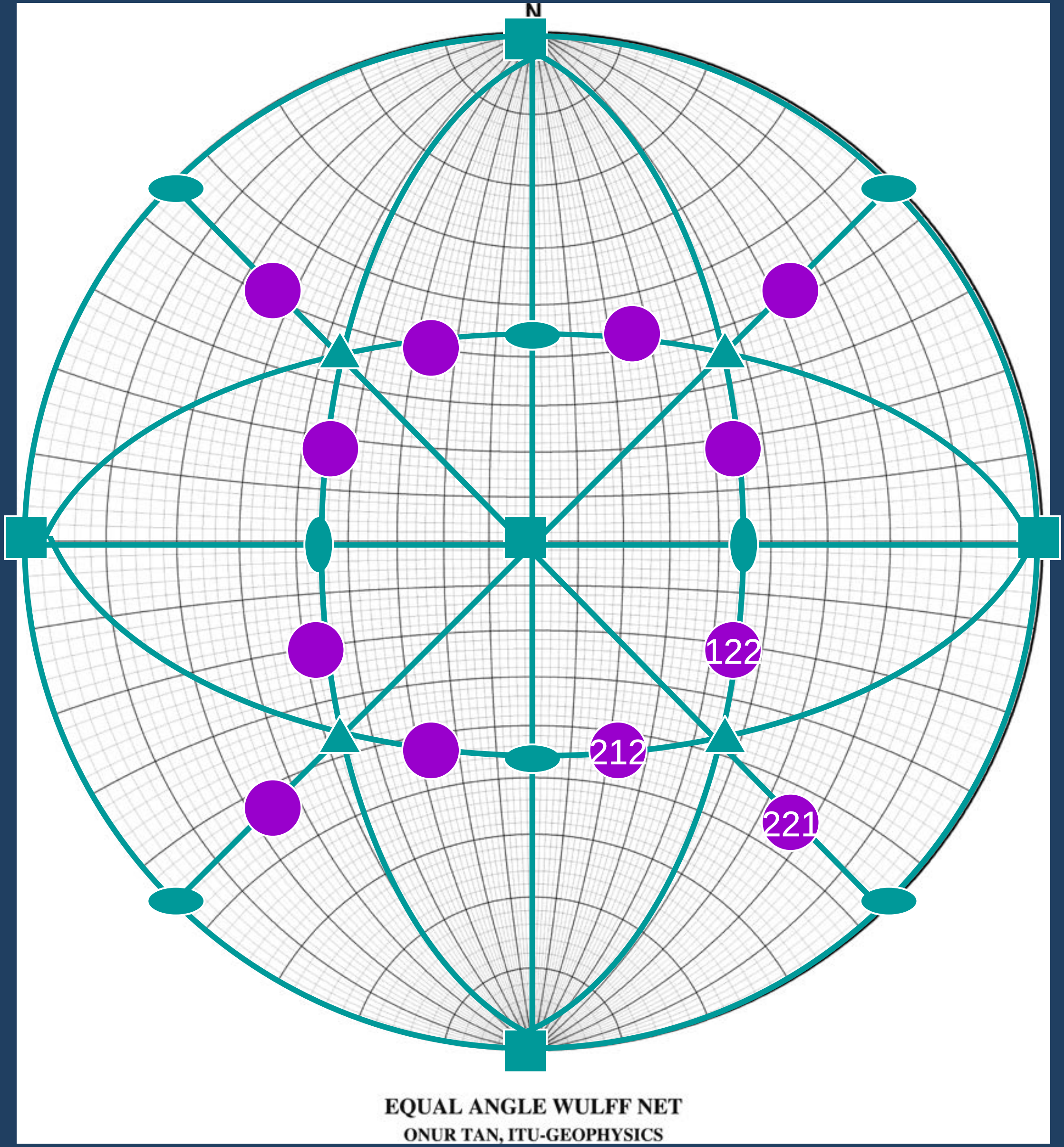
- Il existe 6 formes particulières dans l'holoédrie cubique, selon la position du pôle de la face initiale sur les éléments de symétrie

- **2** Sur un miroir, entre un A3 et un A2 soit (hhl) avec h>l



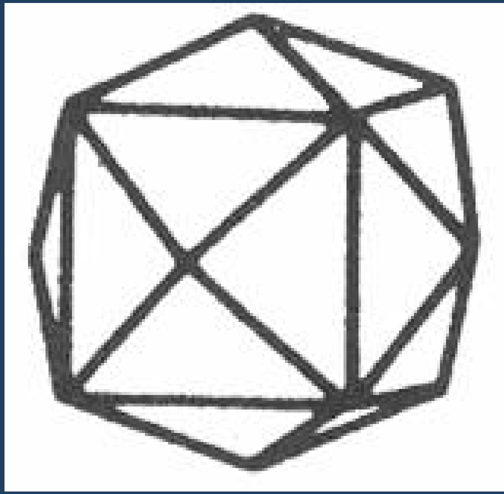
Trigono-trioctaèdre

24 faces/48



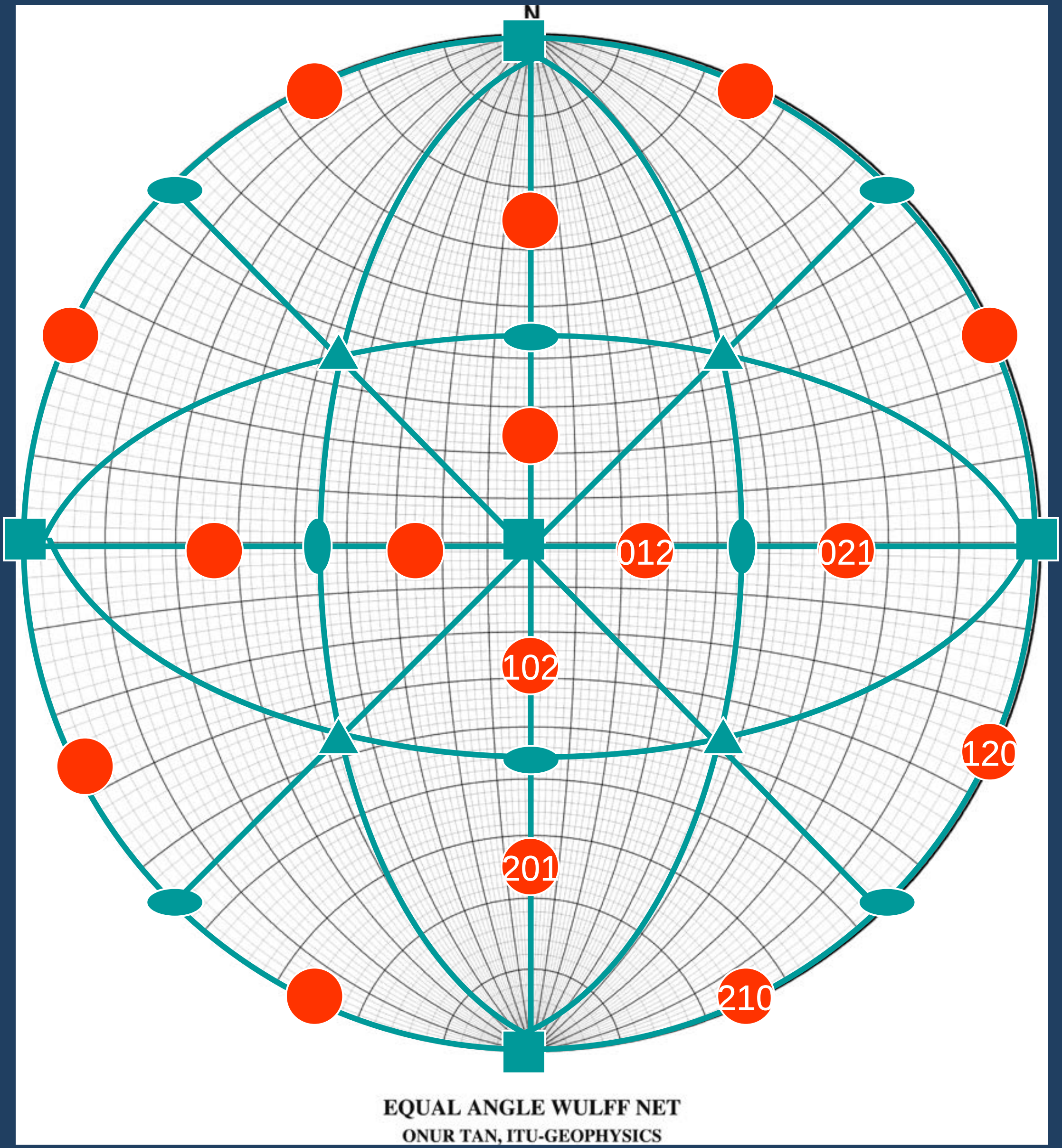
- Il existe 6 formes particulières dans l'holoédrie cubique, selon la position du pôle de la face initiale sur les éléments de symétrie

• **3** Sur un miroir, entre un A4 et un A2 soit (h0l)



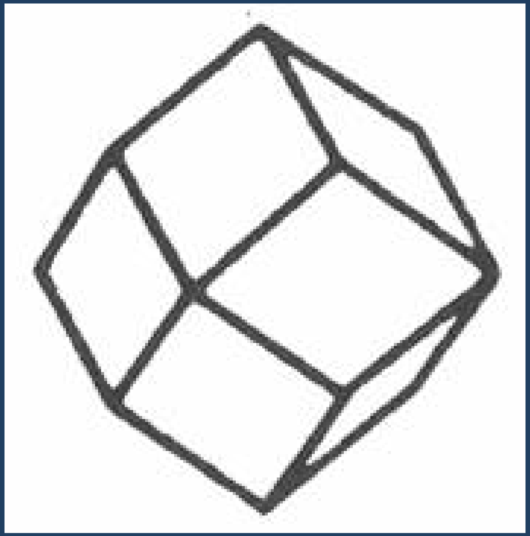
Tétrahexaèdre

24 faces/48



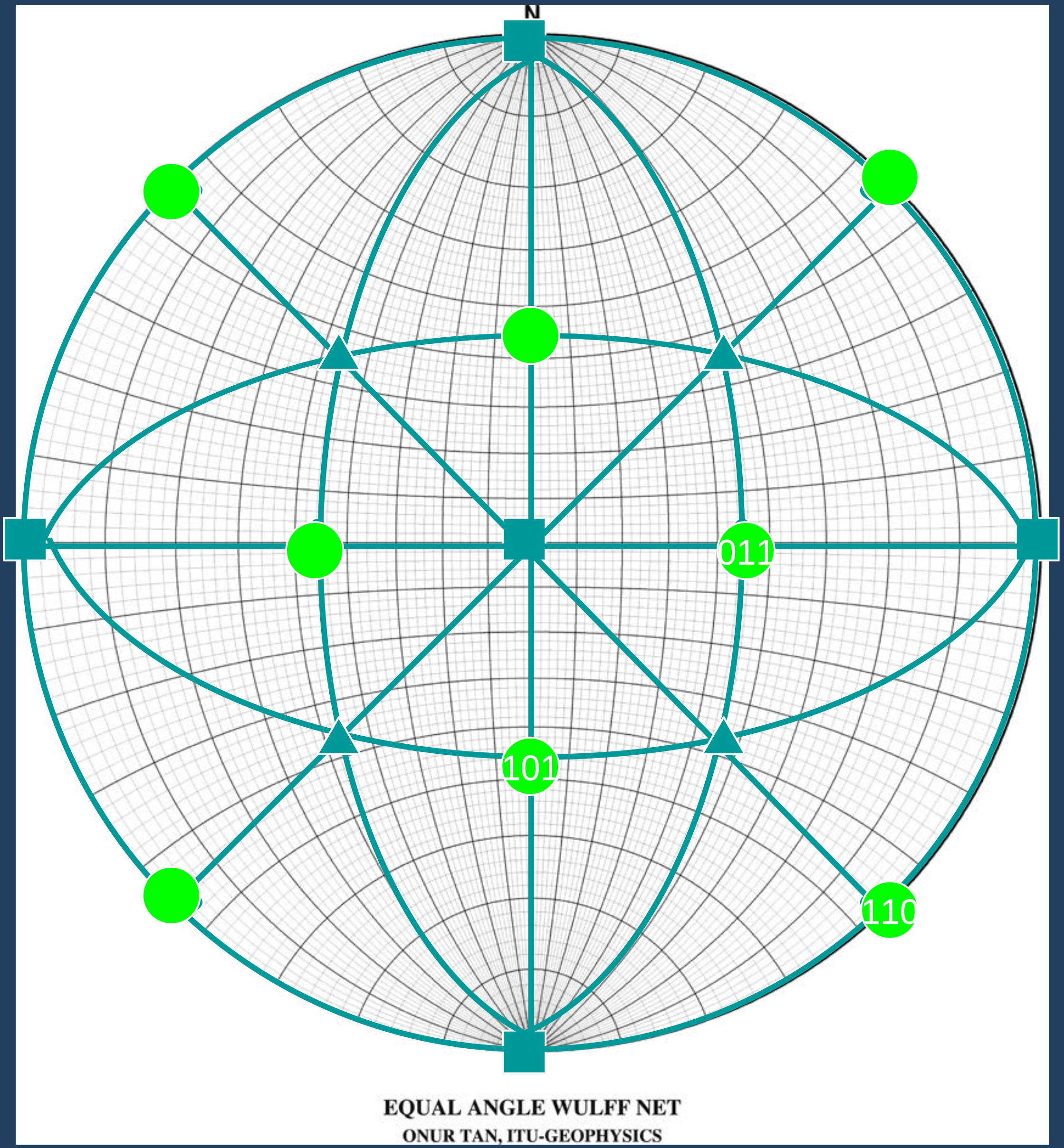
- Il existe 6 formes particulières dans l'holoédrie cubique, selon la position du pôle de la face initiale sur les éléments de symétrie

- **4** Sur un A2 soit (110)



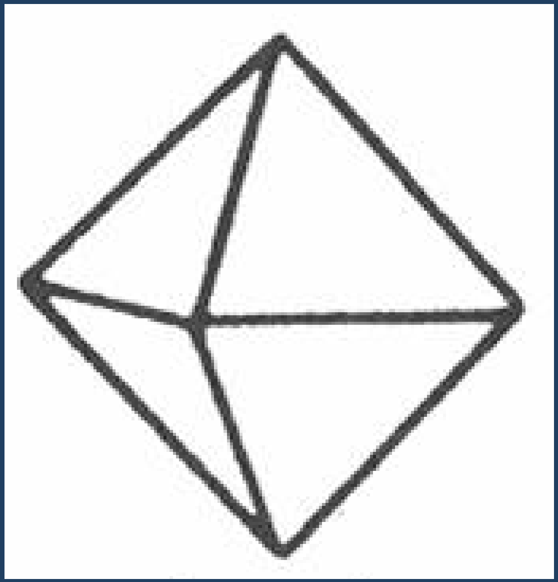
Rhombododécaèdre (**Grenat**, magnétite)

12 faces/48



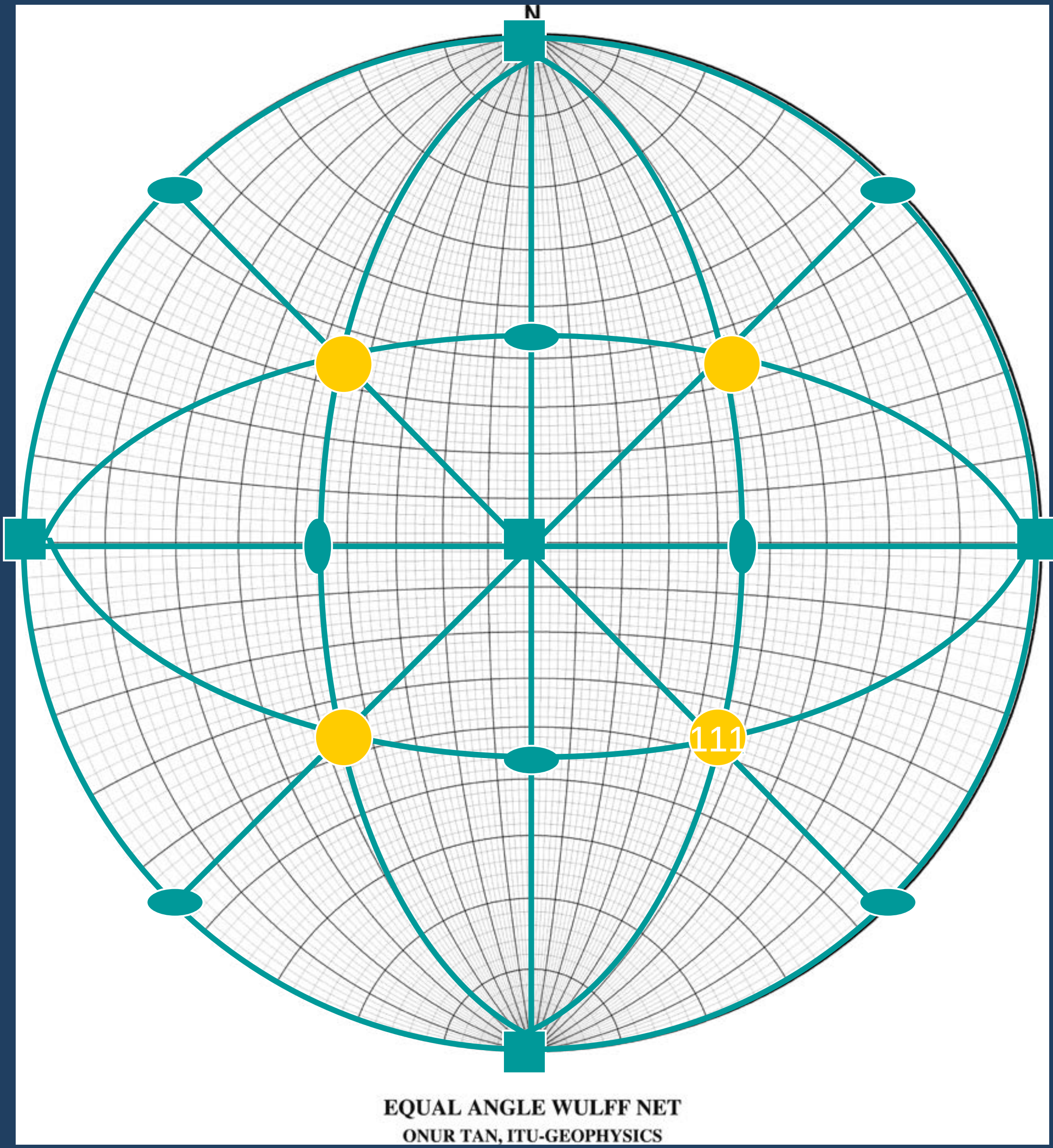
- Il existe 6 formes particulières dans l'holoédrie cubique, selon la position du pôle de la face initiale sur les éléments de symétrie

- **5** Sur un A3 soit (111)



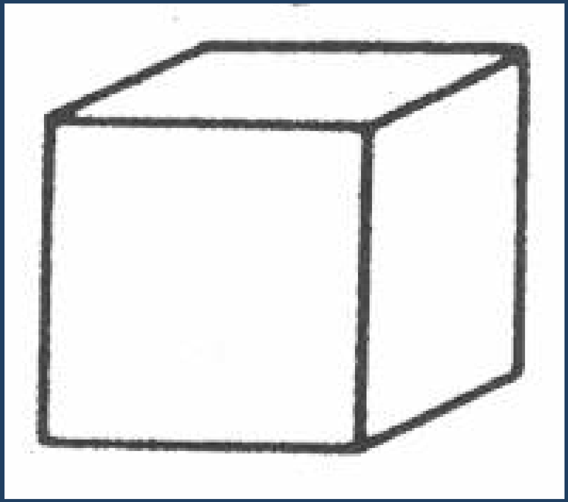
Octaèdre
(Spinelle, magnétite)

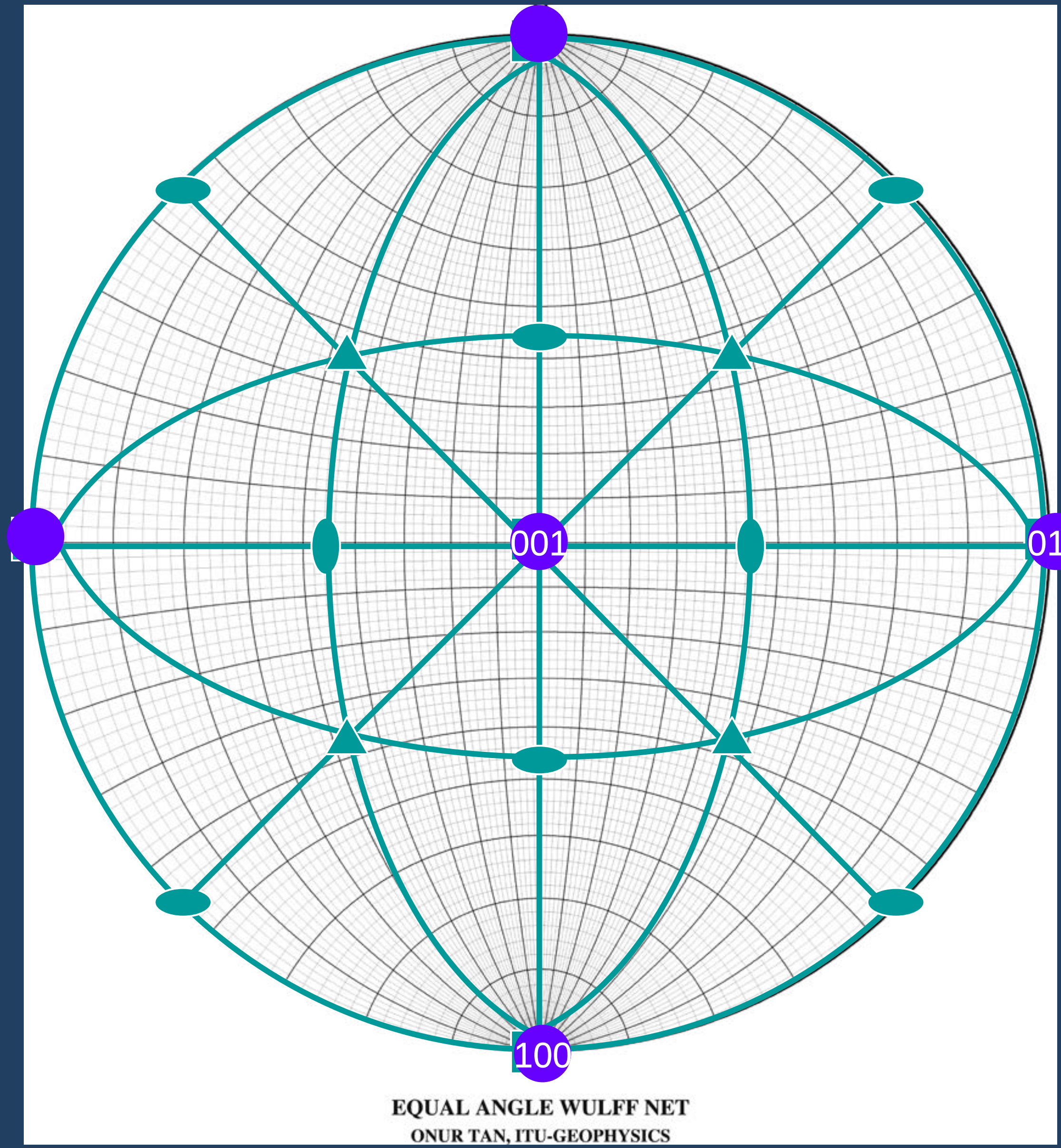
8 faces/48



- Il existe 6 formes particulières dans l'holoédrie cubique, selon la position du pôle de la face initiale sur les éléments de symétrie

- **6** Sur un A4 soit (100)



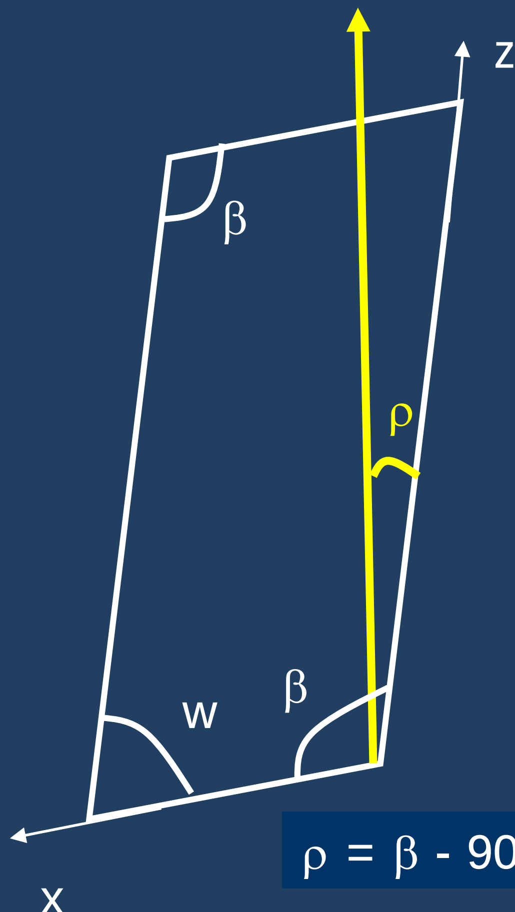


Cube ou héxaèdre
(fluorine, galène)

6 faces/48

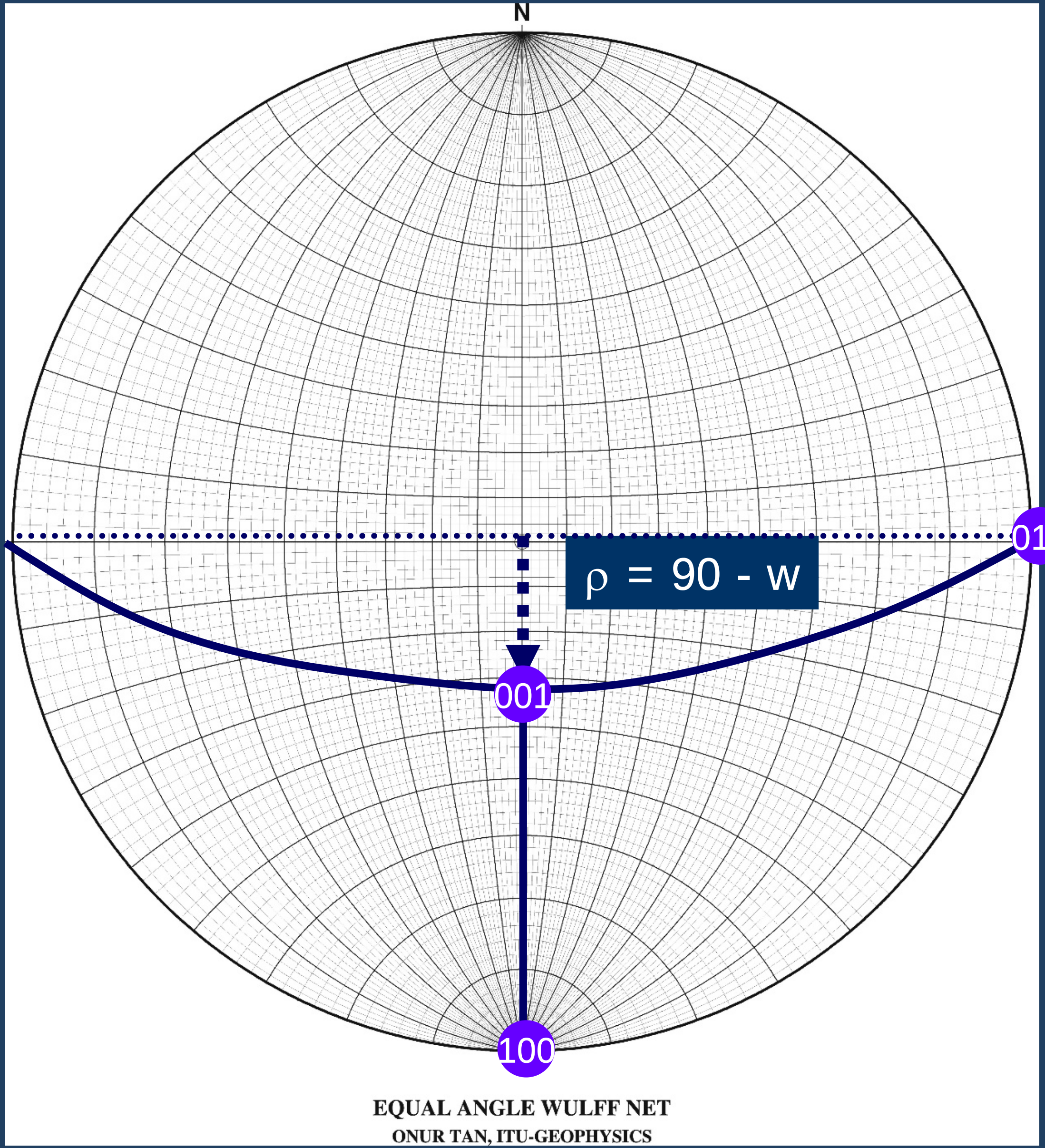
- Dans le cas de système non orthogonaux, la famille de plan (00l) est décalée

Exemple pour le système monoclinique ($\beta \neq 90°$)

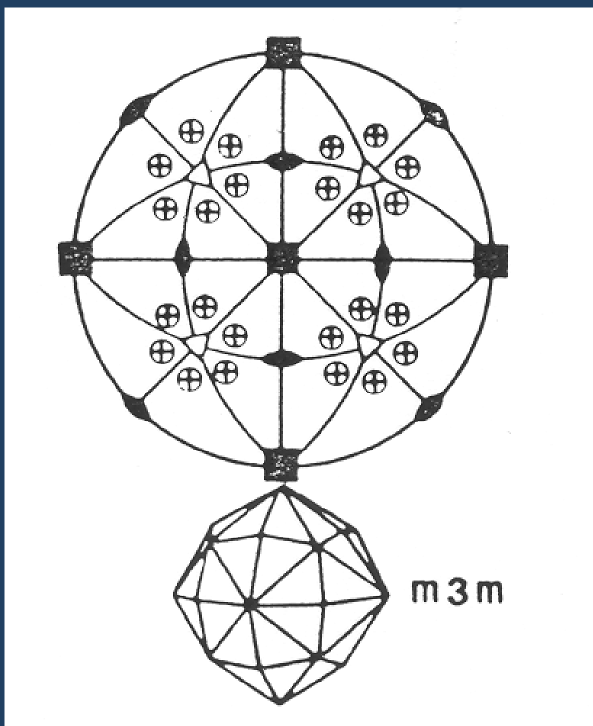


$\rho = \beta - 90$

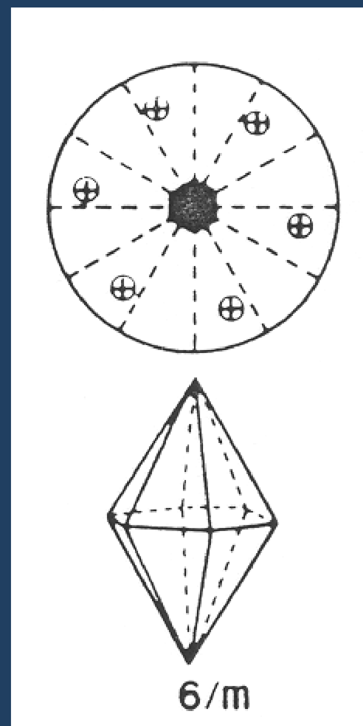
$\rho = 90 - w$



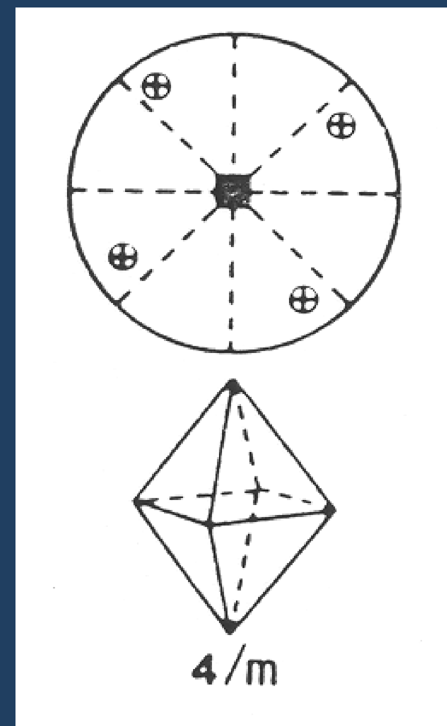
Exemple de projection pour des polyèdres décrivant des minéraux réels



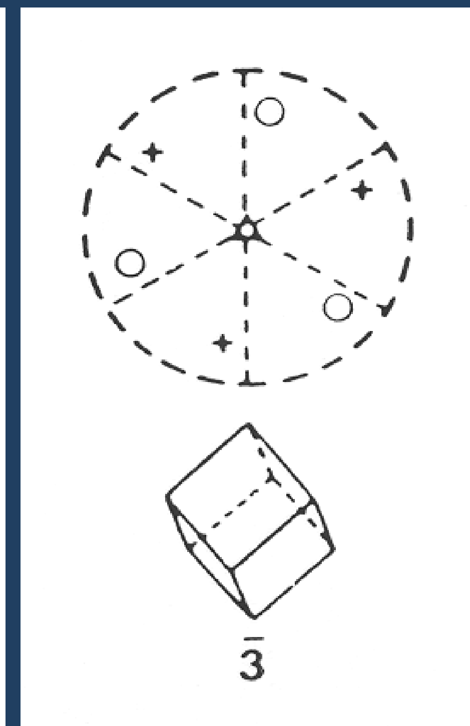
Pyrite



Quartz β



Zircon



Calcite

Exemple de projection pour des polyèdres décrivant des minéraux réels